PROVA DE AVALIAÇÃO ESCRITA DE MATEMÁTICA A

Ano de Escolaridade: 11º Ano

Duração da prova: 90 minutos **03 | 12 | 2007**

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o GRUPO I.

ESCOLA SECUNDARIA DE LOUSADA

Grupo I

- Os **sete** itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de respostas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. O valor exacto da expressão $2\cos\frac{5\pi}{6} + \text{tg}\frac{7\pi}{6}$ é:

(A) $\sqrt{3} - 1$ **(B)** $1 - \sqrt{3}$ **(C)** $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$ **(D)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Num referencial o.n., os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ satisfazem as condições $\|\vec{u}\| = 2$ e $\vec{u}$ perpendicular a $\vec{v}$. Então, pode concluir que $(\vec{v} - \vec{u}) \cdot \vec{u}$ é igual a:

(A) -4 **(B)** $\|\vec{v}\|$ **(C)** 4 **(D)** $2\|\vec{v}\|$

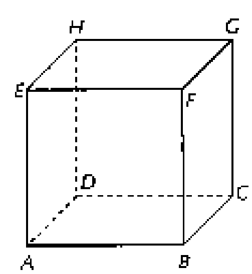
3. Na figura está representado um cubo de aresta a.

Das afirmações seguintes:

I: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$

II: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$

III: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$



(A) Apenas I é verdadeira. **(B)** Apenas I e III são verdadeiras.

(C) Apenas II e III são verdadeiras. **(D)** São todas verdadeiras.

4. Dois ângulos representados no círculo trigonométrico têm amplitudes designadas por α e β que satisfazem a condição, $\alpha \in \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[\wedge \operatorname{sen}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha < 0 \;\wedge\; \frac{\cos\beta}{\operatorname{tg}\alpha} > 0$.

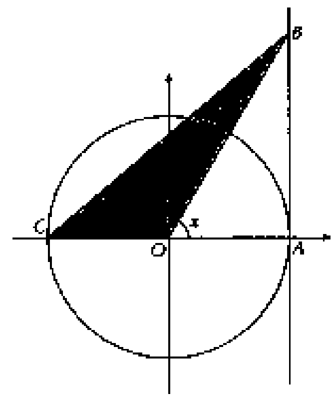
Pode concluir que o lado extremidade de β pertence ao:

(A) 2.º quadrante **(B)** 1.º quadrante **(C)** 4.º quadrante **(D)** 3.º quadrante

5. Na figura está representado um círculo trigonométrico e um triângulo $[OCB]$.

Seja x a amplitude do ângulo AOB $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$ e AB perpendicular a OA.

Qual das expressões seguintes representa a área do triângulo $[OCB]$, em função de x?



(A) $\frac{\operatorname{tg} x}{2}$ **(B)** $\frac{\cos(\pi - x)\cdot \operatorname{tg}x}{2}$ **(C)** $\frac{\operatorname{sen}x \cdot \operatorname{tg}x}{2}$ **(D)** $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$

6. Se $\operatorname{sen}x \cdot \cos x = 0$, então pode concluir que:

(A) $x = K\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ **(B)** $x = K\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

(C) $x = 2K\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ **(D)** $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

7. Um ponto móvel P, sobre uma circunferência de raio *r*, descreve um arco de comprimento 3*r*.

Então podes concluir que a amplitude do arco descrito pelo ponto P, em graus, arredondado às unidades, é:

(A) 172º **(B)** 270º **(C)** 135º **(D)** 150º

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

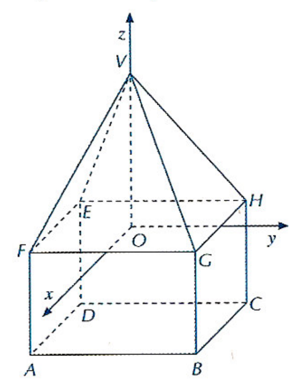
Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Considere a expressão $A(x) = 3sen(\pi + x) - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

1.1. Mostre que $A(x) = -2\operatorname{sen}x$.

1.2. Calcule o valor exacto de $A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

1.3. Resolva no intervalo $[\pi, 3\pi]$ a equação $A(x) = \sqrt{3}$.

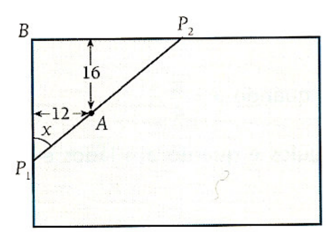


2. No referencial o.n. de origem O, da figura, está representado um sólido constituído por um prisma e uma pirâmide.
Sabe-se que: $A(2,-4,-3)$, $H(-2,4,0)$ e $V(0,0,8)$.

2.1. Determine as coordenadas de todos os vértices do sólido.

2.2. Calcule $\overrightarrow{FH} \cdot \overrightarrow{EV}$.

2.3. Calcule $G\hat{F}V$, com aproximação à décima do grau.



3. Na figura está representado um lago artificial de forma rectangular.
Pretende-se construir uma ponte, ligando duas margens do lago, entre os pontos P_1 e P_2, tal como a figura ilustra.
A ponte tem um ponto de apoio A, situado a 12 m de ma das margens e a 16 m da outra. Seja x a amplitude do ângulo P_2P_1B.

3.1. Mostre que o comprimento da ponte, em metros, é dado por

$$C(x) = \frac{16\operatorname{sen}x + 12\cos x}{\operatorname{sen}x \cdot \cos x}$$

3.2. Considerando que a localização de P_1 e de P_2 pode variar, determine o comprimento da ponte para o qual se tem $\overline{BP_1} = \overline{BP_2}$. Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

4. Admita que, num dia de Verão, a temperatura da água do lago, em graus Celsius, pode ser dada, aproximadamente, por

$$f(t) = 17 + 4\cos\left[\frac{\pi(t+7))}{12}\right]$$

onde t designa o tempo, em horas, decorrido desde as zero horas desse dia.

(Considere que o argumento da função co-seno está expresso em radianos.)

Numa pequena composição, indique como varia a temperatura da água ao longo do dia.

Não deixe de referir os seguintes aspectos:

- quando é que a temperatura aumenta e quando é que diminui;
- a que horas é que a temperatura é máxima e qual o valor desse máximo;
- a que horas é que a temperatura é mínima e qual o valor desse mínimo;
- as melhores horas para se tomar banho, admitindo que um banho só é realmente bom se a temperatura da água não for inferior a 19 graus.

Explicite as conclusões a que chegou, justificando-as devidamente. Inclua, na sua resposta, **todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico ou os gráficos, obtido(s) e as coordenadas relevantes de alguns pontos**.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I			**63**
Cada resposta certa		9	
Cada resposta errada		0	
Cada resposta não respondida ou anulada		0	
Grupo II			**137**
1.		28	
1.1.	10		
1.2.	6		
1.3.	12		
2.		42	
2.1.	12		
2.2.	12		
2.3.	18		
3.		39	
3.1.	24		
3.2.	15		
4.		28	
TOTAL			**200**