1) Na figura ao lado [ABCD] é um quadrado de lado 5 cm. O é o ponto de intersecção das diagonais.

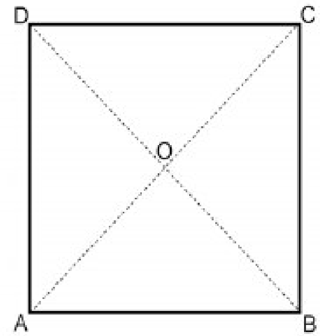
Calcula:

1.1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$;

1.2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$;

1.3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$;

1.4) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{DC}$.



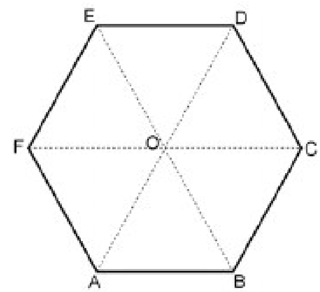
2) Na figura ao lado [ABCDEF] é um hexágono regular de lado 1 cm.

Calcula:

2.1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$;

2.2) $\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{AO}$;

2.3) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OC}$.



3) Calcula:

3.1) $3\vec{u} \cdot (4\vec{u} + 6\vec{v})$, sendo

$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 3 \quad e \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -1$

3.2) $(\ 2\vec{u} \ + \ 2\vec{v}) \cdot \vec{v}$ sendo

$\|\vec{u}\| = 2 \ ; \ \|\vec{v}\| = 3 \quad e \quad \vec{u}\,\hat{}\,\vec{v} = \dfrac{\pi}{6}$

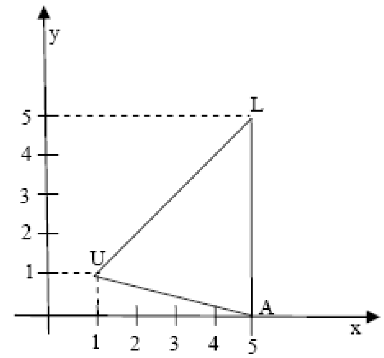
4) Sabe-se que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 1$ e $\cos\left(\vec{u}\,\hat{}\,\vec{v}\right) = \dfrac{1}{3}$. Calcula k de modo que $k\vec{u} + 2\vec{v}$ e $\vec{u}$ sejam dois vectores perpendiculares.

5) Determina um vector de norma 5 que seja perpendicular ao vector $(1, -3)$.

6) Sendo $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = 1$ e $\left(\vec{u}\,\hat{}\,\vec{v}\right) = 45^\circ$, $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{b} = \vec{u} - \vec{v}$ determina $\vec{a} \, . \vec{b}$

Sugestão: Recorda que $\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$ *ou seja*, $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})}$

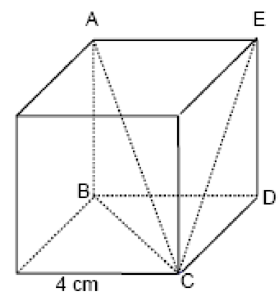
7) Na figura, [LUA] é um triângulo. Determina a amplitude de cada um dos ângulos internos do triângulo



8) Na figura está representado um cubo com 4 cm de aresta.
Calcula:

8.1) $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED}$

8.2) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$

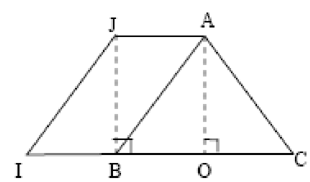


9) Na figura, [ABC] é um triângulo isósceles e [ABIJ] um paralelogramo.
Sendo $\overline{BC} = 6$, calcule:

9.1 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$

9.2 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JC}$

9.3 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AI}$



10) Considere um triângulo equilátero [ABC].
Sendo $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{w}$ e $\overline{AB} = 3$, calcule:

10.1 $\vec{u} \cdot \vec{w}$ **10.2** $\vec{v} \cdot (-\vec{w})$

10.3 $\vec{u} \cdot (-\vec{v})$ **10.4** $-\vec{u} \cdot \vec{w}$

10.5 $\vec{w} \cdot \overrightarrow{BK}$, sendo K o ponto médio do lado [AC].

11) Considera os vectores: $\vec{u} = (-2,\ 5)$; $\vec{v} = (3\ ,\ 2)$ *e* $\vec{w} = (2,\ -5)$.

11.1) Representa os vectores num referencial.

11.2) Calcula: $\|\vec{u}\|$; $\|\vec{v}\|$; $\|\vec{w}\|$.

11.3) Calcula: $\vec{u} \cdot \vec{v}$; $\vec{v} \cdot \vec{w}$; $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

11.4) Determina:

11.4.1) $\left(\widehat{\vec{u}\,\vec{v}}\right)$ **11.4.2)** $\left(\widehat{\vec{v}\,\vec{w}}\right)$ **11.4.3)** $\left(\widehat{\vec{u}\,\vec{w}}\right)$

12) Dados os vectores $\vec{u} = (1,3)$ *e* $\vec{v} = (-5,6)$, calcula:

12.1) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ **12.2)** O ângulo dos dois vectores

13) Sendo $A(3,4)$; $B(-2,1)$ *e* $C(-4,-2)$:

13.1) Calcula:

13.1.1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ **13.1.2)** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA}$

13.2) Determina o ângulo dos vectores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$

14) Sendo $\vec{a} = (1,0,3)$, $\vec{b} = (2,-5,0)$ e $\vec{c} = (0,1,-3)$, calcula:

14.1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ **14.2)** $\vec{a} \cdot \vec{c}$ **14.3)** $\vec{b} \cdot \vec{c}$

15) Considera os pontos A (0, 3) e B (-2, 1). Recorrendo à definição de produto escalar, determina:

15.1) Uma equação da mediatriz do segmento de recta [AB];

15.2) Uma equação da circunferência de diâmetro [AB].

16) Considera a circunferência $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$.

16.1) Verifica que o ponto A (1, 2) pertence a C.

16.2) Determina uma equação da recta tangente à circunferência C no ponto A.

17) Considera os pontos $A(4,3)$ e $B(-2,-1)$.

17.1) Escreve as coordenadas do vector $\overrightarrow{AB}$.

17.2) Usando a definição de produto escalar, escreve uma equação:

17.2.1) da mediatriz de [AB];

17.2.2) da circunferência de diâmetro [AB];

17.2.3) da tangente à circunferência de diâmetro [AB], no ponto B.

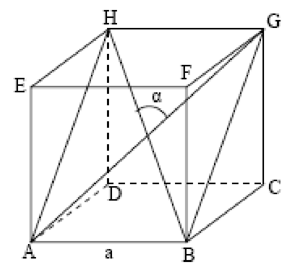
18) Sendo $\vec{u} = (1,1,3)$ e $\vec{v} = (0,2,-3)$, calcula:

18.1) $-2\vec{u} \cdot \vec{v}$ **18.2)** $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

18.3) $(\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 2\vec{v})$ **18.4)** $\vec{v}(\vec{v} + 10\vec{u}) - \vec{u} \cdot (3\vec{v})$

19) Recorrendo à definição de produto escalar determina uma equação do plano mediador de [AB] sendo A = (3, -1, 2) e B = (1, 3, 0).

20) Considera o cubo [ABCDEFGH] de aresta a. Usa o produto escalar para determinar a medida da amplitude do ângulo α de duas diagonais espaciais do cubo.



21) Sendo $\vec{u} = (4,\ 2,\ 1)$, escreve:

21.1) As coordenadas de 3 vectores perpendiculares a $\vec{u}$.

21.2) A expressão geral que representa todos os vectores do espaço perpendiculares ao vector $\vec{u}$.

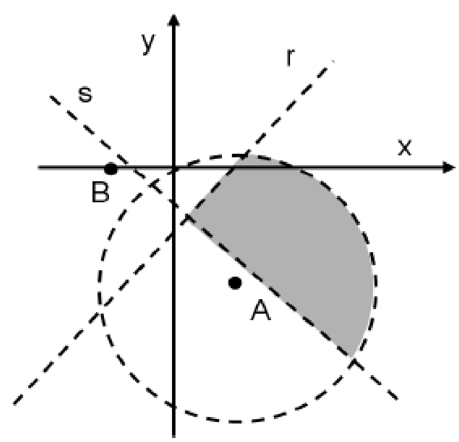
22) Determina um vector que no espaço seja perpendicular ao vector $\vec{a} = (-1,\ 0,\ 2)$ e tenha norma $\sqrt{5}$.

23) No referencial *o.n.* $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, tem-se: $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\right)$; $\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{j} + \vec{k}\right)$; $\vec{c} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(-2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\right)$. Mostra que: $\vec{a} \perp \vec{b}$; $\vec{a} \perp \vec{c}$ e $\vec{c} \perp \vec{b}$.

24) No referencial *o.n.* da figura, os pontos A e B têm de coordenadas, respectivamente, $(1,-2)$ e $(-1,0)$.

Sabe-se que:

- A circunferência tem centro A e passa pela origem do referencial;
- A recta s é paralela recta AB;
- A recta r é a mediatriz de $[AB]$.



24.1) Escreve uma equação reduzida da recta:

24.1.1) s;

24.1.2) r.

24.2) Escreve uma equação da circunferência;

24.3) Define por uma condição a parte colorida da figura.

Soluções

1.1 0 **1.2** 25 **1.3** -25 **1.4** $\frac{25}{2}$ **2.1** $\frac{1}{2}$ **2.2** $-\frac{1}{2}$ **2.3** $\frac{1}{2}$ **3.1** 90

3.2 $6\sqrt{3}+18$ **4** $-\frac{2}{9}$ **5** $\left(\frac{3\sqrt{10}}{2},\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$ **6** 4 **7** $\sphericalangle\left(\overline{UA},\overline{UL}\right)=59^\circ 02'10''$

$\sphericalangle\left(\overline{AU},\overline{AL}\right)=75^\circ 57'50''$ $\sphericalangle\left(\overline{LU},\overline{LA}\right)=45^\circ$ **8.1** 16 **8.2** 16 **9.1** 18 **9.2** 36

9.3 -36 **10.1** $\frac{9}{2}$ **10.2** $-\frac{9}{2}$ **10.3** $\frac{9}{2}$ **10.4** $-\frac{9}{2}$ **10.5** 0

11.2 $\|\vec{u}\|=\sqrt{29}$, $\|\vec{v}\|=\sqrt{13}$, $\|\vec{w}\|=\sqrt{29}$ **11.3** $\vec{u}\cdot\vec{v}=4,\ \vec{v}\cdot\vec{w}=-4,\ \vec{u}\cdot\vec{w}=-29$

11.4 $\vec{u}\,\hat{}\,\vec{v}=86^\circ 43'28'',\ \vec{v}\,\hat{}\,\vec{w}=97^\circ 55'41'',\ \vec{u}\,\hat{}\,\vec{w}=180^\circ$ **12.1** 13 **12.2** $58^\circ 14'26''$ **13.1.1** 19

13.1.2 -53 **13.2** $25^\circ 20'46''$ **14.1** 2 **14.2** -9 **14.3** -5 **15.1** $y=-x+1$

15.2 $x^2+y^2+2x-4y+3=0$ **16.2** $y=-2x+4$ **17.1** $(-6,-4)$ **17.2.1** $y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

17.2 $x^2+y^2-2x-2y-11=0$ **17.3** $y=\frac{3}{2}x+2$ **18.1** 14 **18.2** -2 **18.3** 41

18.4 -38 **19** $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ **20** $54^\circ 44'08''$ **21.1** p.e. $(2,-4,0)$; $(1,0,-4)$; $(0,1,-2)$

21.2 p.e. $(x,y,-4x-2y)$ **22** p.e. $(2,0,1)$ **24.1.1** $y=-x-\frac{1}{3}$

24.1.2 $y=x-1$ **24.2** $x^2+(y+1)^2=5$ **24.3** $x^2+(y+1)^2<5\ \wedge\ y>-x-\frac{1}{3}\ \wedge\ y<x-1$