

# PROVA DE AVALIAÇÃO ESCRITA DE MATEMÁTICA A

Ano de Escolaridade: 11<sup>º</sup> Ano

Duração da prova: 90 minutos

03 | 12 | 2007

## VERSÃO 1

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.**

**A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o GRUPO I.**





## Grupo I

- Os **sete** itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de respostas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. O valor exacto da expressão  $2\cos\frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}$  é:

- (A)  $\sqrt{3} - 1$       (B)  $1 - \sqrt{3}$       (C)  $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Num referencial o.n., os vectores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  satisfazem as condições  $\|\vec{u}\| = 2$  e  $\vec{u}$  perpendicular a  $\vec{v}$ . Então, pode concluir que  $(\vec{v} - \vec{u}) \cdot \vec{u}$  é igual a:

- (A)  $-4$       (B)  $\|\vec{v}\|$       (C)  $4$       (D)  $2\|\vec{v}\|$

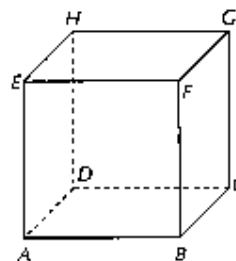
3. Na figura está representado um cubo de aresta  $a$ .

Das afirmações seguintes:

I:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$

II:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$

III:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$



(A) Apenas I é verdadeira.

(B) Apenas I e III são verdadeiras.

(C) Apenas II e III são verdadeiras.

(D) São todas verdadeiras.

4. Dois ângulos representados no círculo trigonométrico têm amplitudes designadas por  $\alpha$  e  $\beta$  que satisfazem a condição,  $\alpha \in \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[ \wedge \text{sen}\beta \cdot \text{tg}\alpha < 0 \wedge \frac{\cos\beta}{\text{tg}\alpha} > 0$ .

Pode concluir que o lado extremidade de  $\beta$  pertence ao:

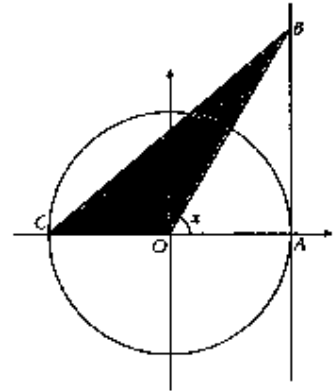
- (A) 2.º quadrante      (B) 1.º quadrante      (C) 4.º quadrante      (D) 3.º quadrante

5. Na figura está representado um círculo trigonométrico e um triângulo [OCB].

Seja  $x$  a amplitude do ângulo AOB  $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$  e AB

perpendicular a OA.

Qual das expressões seguintes representa a área do triângulo [OCB], em função de  $x$ ?



- (A)  $\frac{\text{tg } x}{2}$       (B)  $\frac{\cos(\pi - x) \cdot \text{tg} x}{2}$       (C)  $\frac{\text{sen} x \cdot \text{tg} x}{2}$       (D)  $\text{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$

6. Se  $\text{sen} x \cdot \cos x = 0$ , então pode concluir que:

- (A)  $x = K\pi, k \in \mathbb{Z}$       (B)  $x = K\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$   
 (C)  $x = 2K\pi, k \in \mathbb{Z}$       (D)  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

7. Um ponto móvel P, sobre uma circunferência de raio  $r$ , descreve um arco de comprimento  $3r$ .

Então podes concluir que a amplitude do arco descrito pelo ponto P, em graus, arredondado às unidades, é:

- (A) 172º      (B) 270º      (C) 135º      (D) 150º

## Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Considere a expressão  $A(x) = 3\text{sen}(\pi + x) - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ .

1.1. Mostre que  $A(x) = -2\text{sen}x$ .

1.2. Calcule o valor exacto de  $A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ .

1.3. Resolva no intervalo  $[\pi, 3\pi]$  a equação  $A(x) = \sqrt{3}$ .

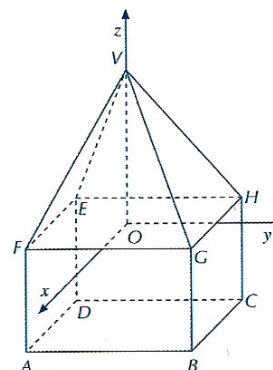
2. No referencial o.n. de origem O, da figura, está representado um sólido constituído por um prisma e uma pirâmide.

Sabe-se que:  $A(2, -4, -3)$ ,  $H(-2, 4, 0)$  e  $V(0, 0, 8)$ .

2.1. Determine as coordenadas de todos os vértices do sólido.

2.2. Calcule  $\overrightarrow{FH} \cdot \overrightarrow{EV}$ .

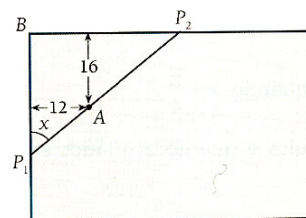
2.3. Calcule  $\widehat{GFV}$ , com aproximação à décima do grau.



3. Na figura está representado um lago artificial de forma rectangular.

Pretende-se construir uma ponte, ligando duas margens do lago, entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , tal como a figura ilustra.

A ponte tem um ponto de apoio A, situado a 12 m de uma das margens e a 16 m da outra. Seja  $x$  a amplitude do ângulo  $P_2P_1B$ .



3.1. Mostre que o comprimento da ponte, em metros, é dado por

$$C(x) = \frac{16 \text{sen}x + 12 \text{cos}x}{\text{sen}x \cdot \text{cos}x}$$

3.2. Considerando que a localização de  $P_1$  e de  $P_2$  pode variar, determine o comprimento da ponte para o qual se tem  $\overline{BP_1} = \overline{BP_2}$ . Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

4. Admita que, num dia de Verão, a temperatura da água do lago, em graus Celsius, pode ser dada, aproximadamente, por

$$f(t) = 17 + 4 \cos\left[\frac{\pi(t+7)}{12}\right]$$

onde  $t$  designa o tempo, em horas, decorrido desde as zero horas desse dia.

(Considere que o argumento da função co-seno está expresso em radianos.)

Numa pequena composição, indique como varia a temperatura da água ao longo do dia.

Não deixe de referir os seguintes aspectos:

- quando é que a temperatura aumenta e quando é que diminui;
- a que horas é que a temperatura é máxima e qual o valor desse máximo;
- a que horas é que a temperatura é mínima e qual o valor desse mínimo;
- as melhores horas para se tomar banho, admitindo que um banho só é realmente bom se a temperatura da água não for inferior a 19 graus.

Explicita as conclusões a que chegou, justificando-as devidamente. Inclua, na sua resposta, **todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico ou os gráficos, obtido(s) e as coordenadas relevantes de alguns pontos.**

**FIM**

## COTAÇÕES

**Grupo I .....63**

Cada resposta certa .....	9
Cada resposta errada .....	0
Cada resposta não respondida ou anulada .....	0

**Grupo II .....137**

1. ....	28
1.1. ....	10
1.2. ....	6
1.3. ....	12
2. ....	42
2.1. ....	12
2.2. ....	12
2.3. ....	18
3. ....	39
3.1. ....	24
3.2. ....	15
4. ....	28

**TOTAL .....200**

