ESCOLA SECUNDÁRIA DE LOUSADA C/ 3º CICLO
11º Matemática A **Dez. 2008**

Nome: .... n.º .....11ºD V: 06

1ª PARTE

Para cada uma das seguintes questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva-a na sua folha de prova. Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Considere num referencial do plano, duas rectas r e s. A amplitude do ângulo formado pelas duas rectas é 60º. As inclinações das rectas r e s podem ser, respectivamente:

(A) 30º e 150º (B) 80º e 40º

(C) 10º e 120º (D) −20º e 140º

2. Considere num referencial *o.n.* $Oxyz$, os vectores $\vec{u}(0,1,2)$ e $\vec{v}(k,3,k)$, $k \in \mathbb{R}$.

Para que os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam perpendiculares, o valor de k é:

(A) $k=-2$ (B) $k=-\frac{3}{2}$ (C) $k=0$ (D) $k=\frac{2}{3}$

3. Para que valores de m, a equação, $2\,sen\,x = m$ é impossível?

(A) $m=\frac{1}{2}$ (B) $0<m<2$

(C) $0<m<\frac{1}{2}$ (D) $m<-2 \vee m>2$

4. Qual dos seguintes pares é constituído por equações equivalentes em $\mathbb{R}$?

(A) $sen\,x=\frac{1}{2}$ e $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $sen\,x=1$ e $\cos x=0$

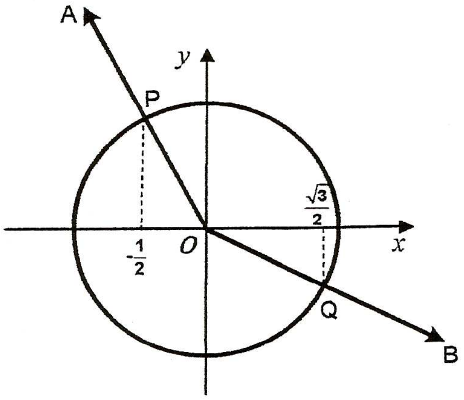
(C) $sen\,x=0$ e $\cos x=1$ (D) $tg\,x=1$ e $sen\,x=\cos x$

5. Na figura estão representados o círculo trigonométrico, e dois vectores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, ambos de norma 2.

P é ponto de intersecção do segmento de recta $[OA]$ com a circunferência e tem abcissa $-\frac{1}{2}$.

Q é ponto de intersecção do segmento de recta $[OB]$ com a circunferência e tem abcissa $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Os pontos P e Q estão sobre a circunferência.



Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$?

(A) $-2\sqrt{3}$ (B) $-4\sqrt{3}$

(C) -2 (D) -4

2ª PARTE

> Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos efectuados e as justificações necessárias.
> Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exacto.

1. Sabendo que $\vec{u}.\vec{v} = 2$, $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 4$, $\vec{a} = (-1, 2)$ e $\vec{b} = \left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, calcule:

1.1. $(3\vec{u} - 2\vec{v}).(5\vec{v})$

1.2. $\left(\frac{1}{3}\vec{a}\right).\vec{b}$

2. Considere os pontos $A(-1,3)$ e $B(2,7)$ e as rectas r e s definidas por:

$r: (x,y) = (4,3) + k(-3, \sqrt{3}),\ k \in \mathbb{R}$ $\qquad s: 2x + 4y = 3$

2.1. Calcule a inclinação da recta r.

2.2. Escreva a equação reduzida da recta que é perpendicular à recta s e que contém o ponto A.

2.3. Indique as coordenadas de todos os vectores perpendiculares a $\overrightarrow{AB}$ com norma igual a $\sqrt{15}$.

2.4. Determine o valor, aproximado às décimas, para o ângulo entre as rectas r e s.

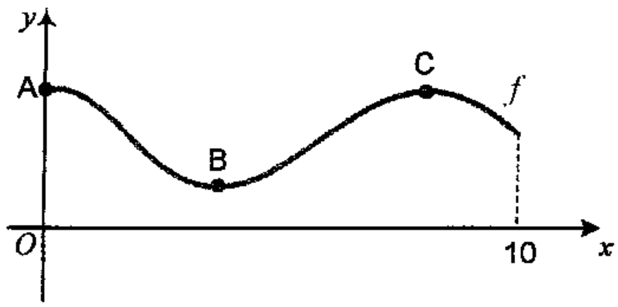
2.5. Escreva a equação da circunferência de diâmetro $[AB]$.

3. Considere a função, real de variável real, definida no intervalo $x \in [0, 10]$ por:

$$f(x) = 20 - 5\, sen\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\right),$$

cujo gráfico está representado na figura.

Os pontos A, B e C pertencem ao gráfico de f e são extremos da função.



Resolva **analiticamente** as três questões seguintes:

3.1. Calcule o valor exacto de $f(1)$.

3.2. Mostre que o contradomínio da função f é conjunto $[15, 25]$.

3.3. Determine as coordenadas dos pontos B e C.

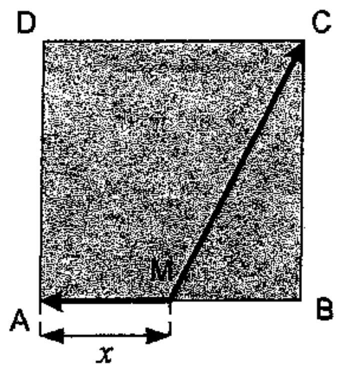
3.4. **Utilize a calculadora** para resolver a seguinte condição:

$$20 \leq f(x) < 22.$$

Utilize valores aproximados às décimas. Na sua explicação, deve incluir o(s) gráfico(s) e coordenadas dos pontos que considerou para resolver esta questão.

4. Na figura está representado um quadrado [ABCD], dois segmentos orientados $\overrightarrow{MA}$ e $\overrightarrow{MC}$ e o ponto M, ponto médio do lado [AB].

Seja x a medida de comprimento do segmento de recta [AM].



Mostre que o produto escalar $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = -x^2$.

FIM