

ESCOLA SECUNDÁRIA DE LOUSADA COM 3º CICLO



Duração da prova: 90 minutos

16 de Março 2009

RESOLUÇÃO- MATEMÁTICA – A

11ºANO | Turma E

VERSÃO 1

Grupo I

1	2	3	4	5
B	A	B	B	B

1.

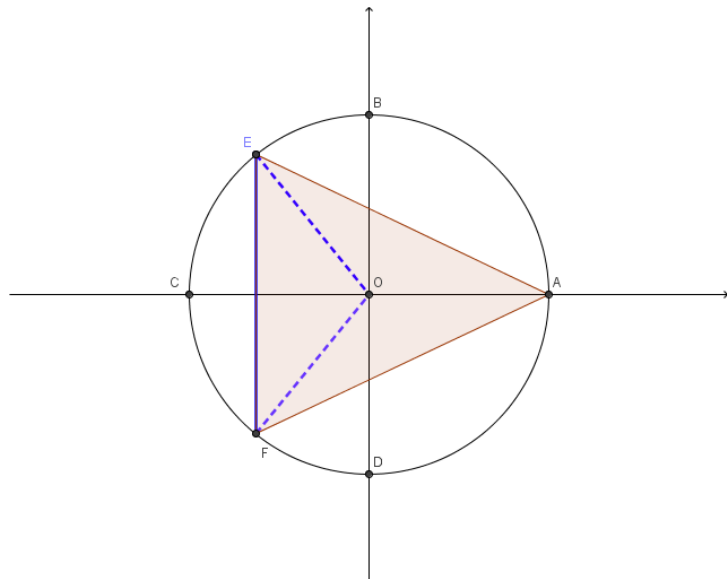
(A) $\widehat{EAC} = 30^\circ$ Verdadeira

(B) $\overline{AE} > \sqrt{3}$ Falsa

(C) $\text{sen } \widehat{AEF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

verdadeira

(D) $\widehat{FOE} = 120^\circ$



2. os vectores $\vec{u}(2, 1-b)$ e $\vec{v}(-2, 4)$

Com $b \in \mathbb{R}$, formam um ângulo obtuso $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \Leftrightarrow -4 + 4 - 4b < 0 \Leftrightarrow b > 0$

(A) $b > 0$

3. O plano α de equação $-2x - y + 2z - 5 = 0$ tem como vector normal, por exemplo, $\vec{n}_\alpha = (-2, -1, 2)$. Se s for estritamente paralela a α então o vector director da recta s é perpendicular ao vector normal ao plano

(B)

4. Seja $\cos x = k \wedge -\frac{3}{2}\pi < x < 0$ uma condição em x . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A condição tem uma só solução se $k = \frac{\pi}{2}$ - Falsa

```

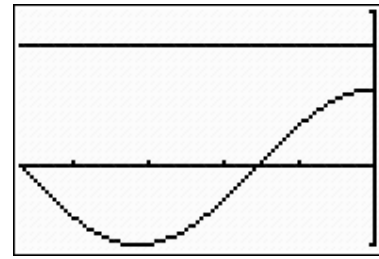
Plot1 Plot2 Plot3
Y1 cos(X)
Y2 pi/2
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

```

```

WINDOW
Xmin=4.712388...
Xmax=0
Xscl=1
Ymin=-1
Ymax=2
Yscl=1
Xres=1

```



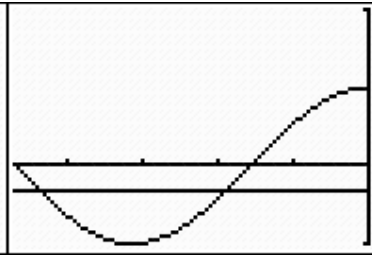
Não tem solução

(B) Tem duas soluções se $k = -\frac{1}{3}$; Verdadeira

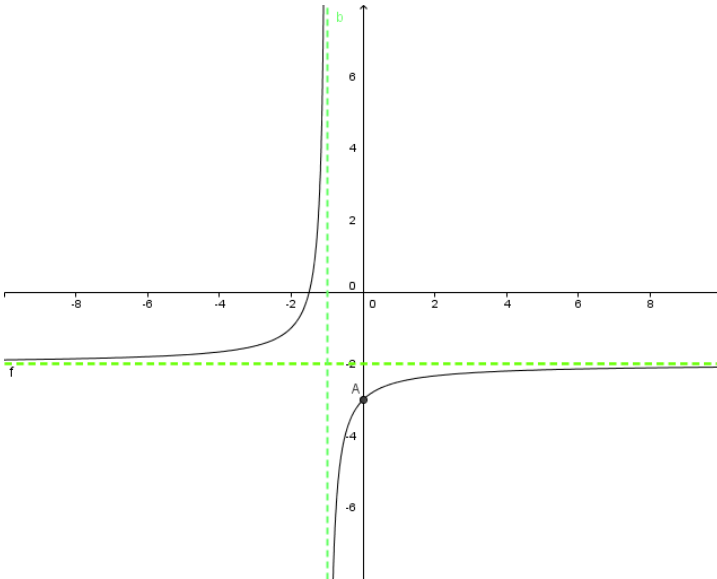
```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1 cos(X)
Y2 -1/3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

```



5.



I- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ Falsa

II- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ falsa

III- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ Verdadeira

(B)

Grupo II

1.1

$$\begin{aligned} \frac{x-6}{x} = x-4 &\Leftrightarrow \frac{x-6-x^2+4x}{x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-x^2+5x-6}{x} = 0 \\ &\Leftrightarrow -x^2+5x-6=0 \wedge x \neq 0 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{-2} \wedge x \neq 0 \\ &\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 2 \end{aligned}$$

$$C.S. = \{2, 3\}$$

1.2

$$\frac{1}{x+1} - \frac{x}{x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+5-x^2-x}{(x+1)(x+5)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+5}{(x+1)(x+5)} \leq 0$$

Cálculos auxiliares:

$$-x^2+5=0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

$$(x+1)(x+5) \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -5$$

x	$-\infty$	-5		$-\sqrt{5}$		-1		$\sqrt{5}$	$+\infty$
$-x^2-x+5$	-	-	-	0	+	+	+	0	-
$(x+1)(x+5)$	+	0	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{4x+11}{(x+2)(x+5)}$	-	N.D.	+	0	-	N.D.	+	0	-

$$C.S. =]-\infty, -5[\cup]-\sqrt{5}, -1[\cup]\sqrt{5}, +\infty[$$

1. $h(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{x^2 - 4}$.

2.1 $D_h = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

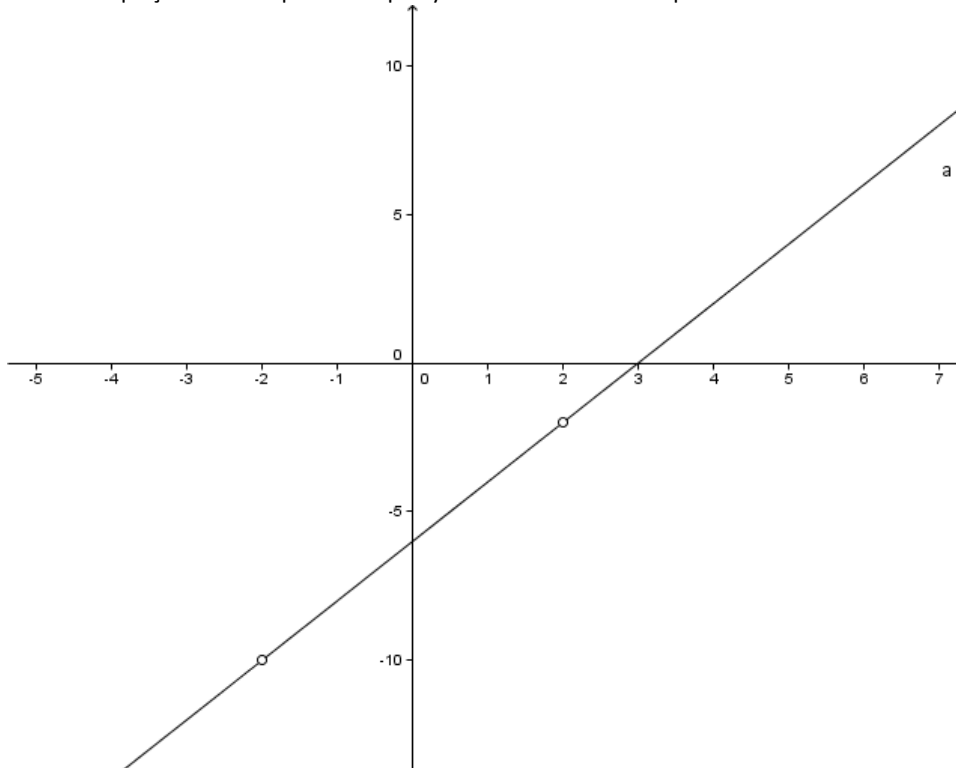
2.2

$$h(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x-3)(2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-2)(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 2x-6$$

	2	-6	-8	24
2	4	-4	-24	

	2	-2	-12	0
3		6	12	
	2	4	0	

2.3 Equação da assíntota oblíqua: $y=2x - 6$. Não tem assíntotas verticais.



2.4 A afirmação: “ A função h é uma restrição da função $g(x)= 2x-6$ em $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ ” é verdadeira porque $g(x) = h(x), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

$$D_h \subset D_g$$

g e h têm o mesmo conjunto de chegada \mathbb{R}

3. $C(t) = \frac{24t+4}{2+t}$ em que C representa a altura em metros e t o tempo em anos desde que foi plantada.

3.1 A altura da árvore quando foi plantada corresponde a calcular a altura quando $t=0$ $C(0) = 2$ metros.

$$3.2 \frac{24t+4}{2+t} = 22 \Leftrightarrow \frac{24t+4-44-22t}{2+t} = 0 \Leftrightarrow 2t = 40 \wedge t \in D_C \Leftrightarrow t = 20$$

São precisos 20 anos para que a altura da árvore atinja os 22 metros.

3.3

$$\frac{24t+4}{2+t} > 10 \Leftrightarrow \frac{24t+4-10t-20}{2+t} > 0 \Leftrightarrow \frac{14t-16}{2+t} > 0 \Leftrightarrow$$

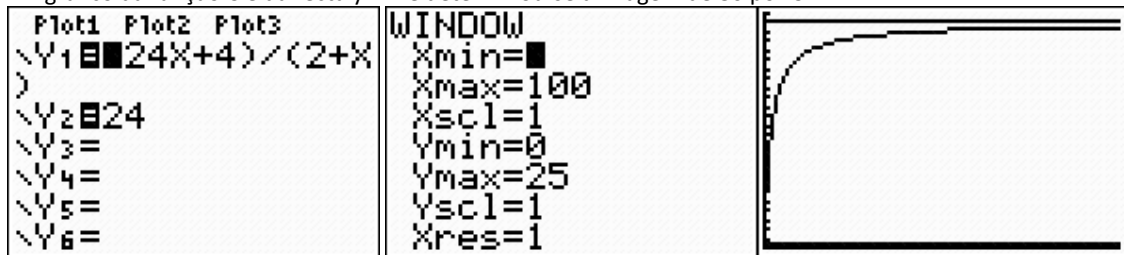
como $2+t > 0, \forall t \geq 0$

$$14t > 16 \Leftrightarrow t > \frac{16}{14}$$

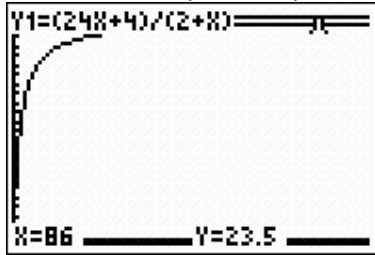
A partir de aproximadamente 1 Ano e 2 meses.

3.4

Com o objectivo de responder graficamente às questões $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$? e $C(86)$?, obteve-se na calculadora o gráfico da função C e da recta $y=24$ e determinou-se a imagem de 86 por C.



- A árvore não pode ultrapassar 24 metros de altura porque $y=24$ é a equação da assíntota horizontal.



- Oitenta e seis anos depois de ser plantada a árvore tinha 23,5 metros de altura.

$$\frac{24t + 4}{-24t - 48} \quad \left| \frac{t+2}{24} \right.$$

-44

$$C(t) = 24 - \frac{44}{2+t} \quad \text{Assíntota horizontal : } y=24$$

Com o decorrer dos anos a altura da árvore vai se aproximar dos 24 metros de altura sem nunca os atingir. Aos oitenta e seis anos a altura da árvore é de 23,50 metros.