

# ESCOLA SECUNDÁRIA DE LOUSADA COM 3º CICLO



Duração da prova: 90 minutos

16 de Março 2009

**RESOLUÇÃO- MATEMÁTICA – A**

**11ºANO | Turma E**

## VERSÃO 2

### Grupo I

1	2	3	4	5
B	A	B	B	D

1.

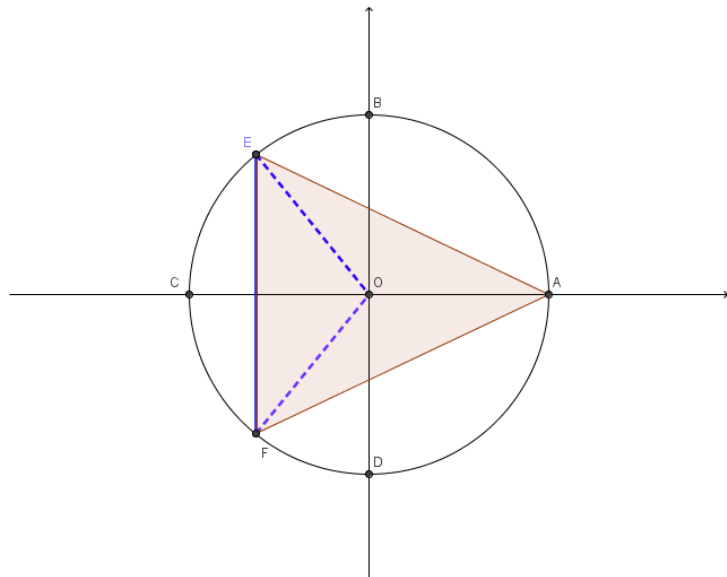
(A)  $\widehat{EAC} = 30^\circ$  Verdadeira

(B)  $\overline{AE} > \sqrt{3}$  falsa

(C)  $\text{sen } \widehat{AEF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

verdadeira

(D)  $\widehat{FOE} = 120^\circ$



2. os vectores  $\vec{u}(2, 1-b)$  e  $\vec{v}(-2, 4)$

Com  $b \in \mathbb{R}$ , formam um ângulo obtuso  $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \Leftrightarrow -4 + 4 - 4b < 0 \Leftrightarrow b > 0$

(A)  $b > 0$

3. O plano  $\alpha$  de equação  $-2x - y + 2z - 5 = 0$  tem como vector normal, por exemplo,  $\vec{n}_\alpha = (-2, -1, 2)$ . Se  $s$  for estritamente paralela a  $\alpha$  então o vector director da recta  $s$  é perpendicular ao vector normal ao plano

$$(-2, -1, 2) \cdot (0, 2, 1) = 0$$

(B)

4. Seja  $\cos x = k \wedge -\frac{3}{2}\pi < x < 0$  uma condição em  $x$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A condição tem uma só solução se  $k = \frac{\pi}{2}$  - Falsa

```

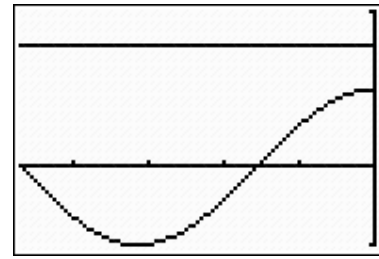
Plot1 Plot2 Plot3
Y1 cos(X)
Y2 pi/2
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

```

```

WINDOW
Xmin=4.712388...
Xmax=0
Xscl=1
Ymin=-1
Ymax=2
Yscl=1
Xres=1

```



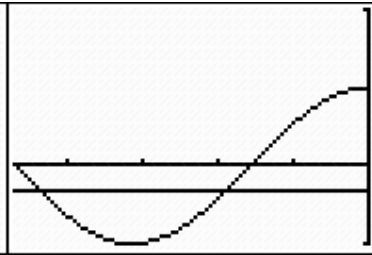
Não tem solução

(B) Tem duas soluções se  $k = -\frac{1}{3}$ ; Verdadeira

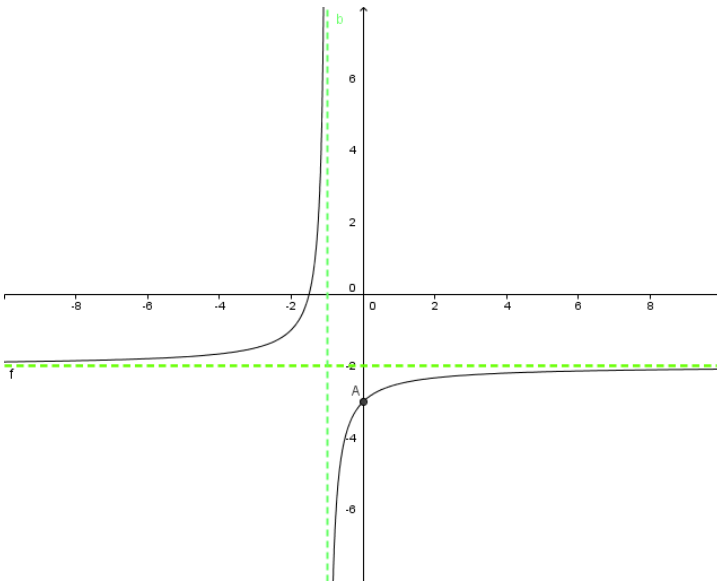
```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1 cos(X)
Y2 -1/3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

```



5.



I-  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$  verdadeira

II-  $D_f' = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$  ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  falsa

III-  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$  Verdadeira

(D) São verdadeiras a I e a III

**Grupo II**

1.

1.1

$$1 + \frac{2}{x+3} = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{x+3} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{2-x-3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow -x-1=0 \wedge x \neq -3 \Leftrightarrow x = -1$$

$$C.S. = \{-1\}$$

1.2  $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+5+3x+6}{(x+2)(x+5)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x+11}{(x+2)(x+5)} \leq 0.$

x	-∞	-5		- $\frac{11}{4}$		-2	+∞
4x+11	-	-	-	0	+	+	+
(x+2)(x+5)	+	0	-	-	-	0	+
$\frac{4x+11}{(x+2)(x+5)}$	-	N.D.	+	0	-	N.D.	+

$$C.S. = ]-\infty, -5[ \cup \left[-\frac{11}{4}, -2\right[$$

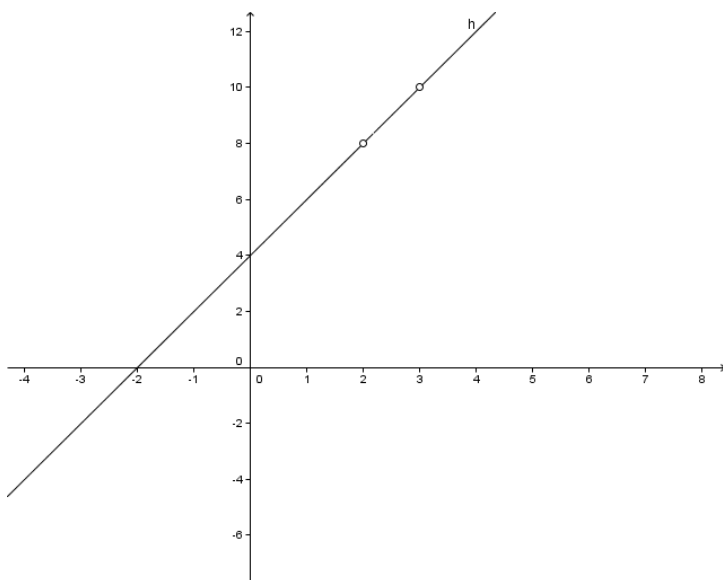
2.  $h(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{x^2 - 5x + 6}.$

2.1  $D_h = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

2.2  $h(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{x^2 - 5x + 6} = \frac{(x-2)(x-3)(2x+4)}{(x-2)(x-3)} = 2x+4$

	2	-6	-8	24
2	2	4	-4	-24
	2	-2	-12	0
3	2	6	12	
	2	4	0	

2.3 Equação da assíntota oblíqua:  $y=2x+4$ . Não tem assíntotas verticais.



2.4 A afirmação: “ A função  $g(x)=2x+4$  é um prolongamento da função  $h$  ao conjunto  $\mathbb{R}$  ” é verdadeira porque  $g(x) = h(x), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$ .

3. No dia 21 de Março os alunos do 11ºE resolveram plantar uma árvore no parque da escola. A árvore cresce de acordo com a função:

$$C(t) = \frac{24t + 4}{2 + t} \quad \text{em que } C \text{ representa a } \underline{\text{altura em metros}} \text{ e } t \text{ o } \underline{\text{tempo em anos}} \text{ desde que foi plantada.}$$

3.1 A altura da árvore quando foi plantada corresponde a calcular a altura quando  $t=0$   $C(0) = 2$  metros.

$$3.2 \frac{24t + 4}{2 + t} = 22 \Leftrightarrow \frac{24t + 4 - 44 - 22t}{2 + t} = 0 \Leftrightarrow 2t = 40 \wedge t \in D_C \Leftrightarrow t = 20$$

São precisos 20 anos para que a altura da árvore atinja os 22 metros.

3.3

$$\frac{24t + 4}{2 + t} > 10 \Leftrightarrow \frac{24t + 4 - 10t - 20}{2 + t} > 0 \Leftrightarrow \frac{14t - 16}{2 + t} > 0 \Leftrightarrow$$

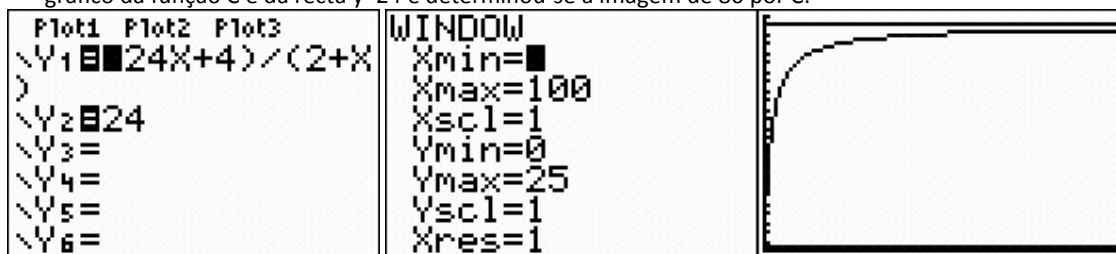
como  $2 + t > 0, \forall t \geq 0$

$$14t > 16 \Leftrightarrow t > \frac{16}{14}$$

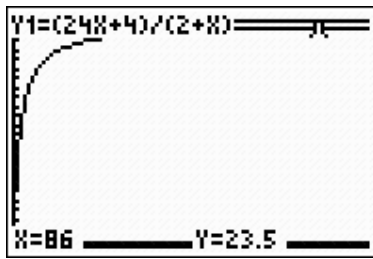
A partir de aproximadamente 1Ano e 2 meses.

3.4

Com o objectivo de responder graficamente às questões  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$  ? e  $C(86)$  ?, obteve-se na calculadora o gráfico da função  $C$  e da recta  $y=24$  e determinou-se a imagem de 86 por  $C$ .



- A árvore não pode ultrapassar 24 metros de altura porque  $y=24$  é a equação da assíptota horizontal.



- Oitenta e seis anos depois de ser plantada a árvore tinha 23,5 metros de altura.

$$\frac{24t + 4}{-24t - 48} \quad \left| \frac{t+2}{24} \right.$$


---


$$-44$$

$$C(t) = 24 - \frac{44}{2+t} \quad \text{Assíntota horizontal : } y=24$$

Com o decorrer dos anos a altura da árvore vai se aproximar dos 24 metros de altura sem nunca os atingir. Aos oitenta e seis anos a altura da árvore é de 23,50 metros.