

11.º C

2009 | Março | 06

Duração da prova: 45 minutos

VERSÃO 1

1. Seja f uma função definida por $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$.

1.1. Determine a , b e c , sabendo que:

- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$
- $D'_f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
- O ponto $(1,4)$ pertence ao gráfico de f .

R:

$$f(x) = 5 + \frac{b}{x+3}$$

$$f(4) = 1 \Leftrightarrow 5 + \frac{b}{7} = 1 \Leftrightarrow b = -28$$

$$a = 5; b = -28 \text{ e } c = -3$$

2. Considere a função g definida por $g(x) = \frac{2x^2 + x + 3}{x+1}$

2.1. Indique as equações das assíntotas ao gráfico da função g .

R:

$$2x^2 + x + 3 \quad | \quad x+1$$

$$\underline{-2x^2 - 2x} \quad 2x - 1$$

$$-x + 3$$

$$\underline{x + 1}$$

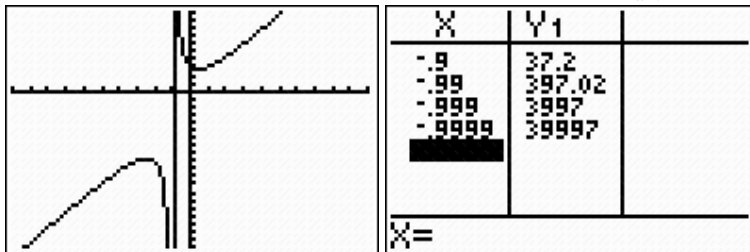
$$4$$

$$g(x) = 2x - 1 + \frac{4}{x+1}$$

Assíntota vertical: $x = -1$;

assíntota oblíqua: $y = 2x - 1$

2.2. Recorrendo à calculadora, indique o resultado de: R: $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = +\infty$.



3. Às treze horas do dia 10 de Janeiro, houve uma explosão numa fábrica de produtos químicos. Em consequência dessa explosão, ocorreu a contaminação do ar. Admita que passadas t horas da explosão, a área contaminada em km^2 da parte terrestre correspondente à zona contaminada é dada por: $A(t) = \frac{14t}{t+3}$; $t \in [0, 48]$.

3.1. Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as duas alíneas seguintes.

3.1.1. Às 15 horas do dia da explosão, qual era a área terrestre contaminada?

R: 13 horas do dia 10 de Janeiro corresponde a $t=0$, logo, às 15 horas desse dia $t=2$

$$A(2)=28/5$$

A área contaminada foi de $5,6 \text{ km}^2$

3.1.2. Quanto tempo decorreu após a explosão até a área terrestre atingir 9 km^2 ? Apresente o resultado em horas e minutos.

R:

$$\frac{14t}{t+3} = 9 \Leftrightarrow \frac{14t - 9t - 27}{t+3} = 0 \Leftrightarrow 5t - 27 = 0 \wedge t \neq -3 \Leftrightarrow t = \frac{27}{5}$$

$$\frac{27}{5} = 5,4$$

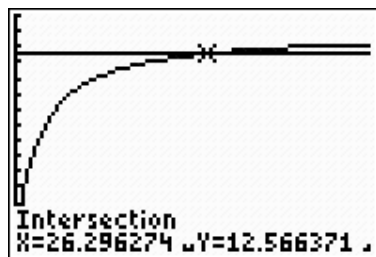
5 horas e 24 minutos

3.2. Admita que a região terrestre contaminada é circular, com centro no local da explosão. A Inês vive a 2 km de distância do local da explosão. Abandonou a casa no dia 11 de Janeiro, às 12 horas. Numa **composição matemática**, fundamente o raciocínio que lhe permite concluir se a Inês abandonou a casa antes ou depois de o ar envolvente estar contaminado. Caso o tenha feito antes, determine a antecedência com que o fez.

Como a região contaminada é circular, com centro na explosão e a Inês vive a 12 Km do local da explosão, vou começar por determinar a área do círculo de raio 2 Km: $A = \pi \times 2^2 = 4\pi$

Em seguida vou determinar quando é que a área contaminada é igual a $A(t) = 4\pi$, para tal vou determinar

o ponto de intersecção das funções: $A(t) = \frac{14t}{t+3}$ e $A(t) = 4\pi$



26h18m corresponde às 15h18m do dia 11 de Janeiro

A área contaminada atinge a casa da Inês às 15h18m, logo, a Inês abandonou a casa, aproximadamente, 3 horas e 18 minutos antes do local ser contaminado.

Professora: Isabel Pinto