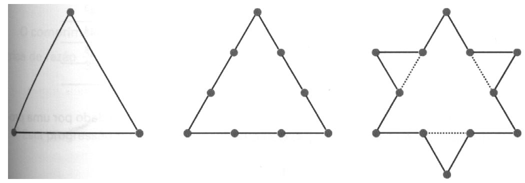
ESCOLA SECUNDÁRIA/3 DE FELGUEIRAS

11º Ano Matemática A Sucessões

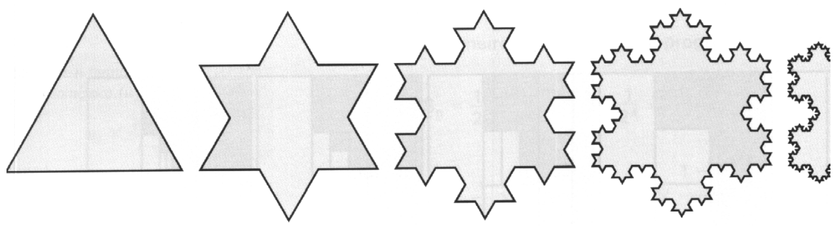
Em 1904 o matemático sueco *Helge von Koch* apresentou o processo de construção de uma curva que ficou conhecida por ***floco de neve*** .A curva de *koch* é um exemplo de uma figura fractal e a sua construção segue o seguinte processo :



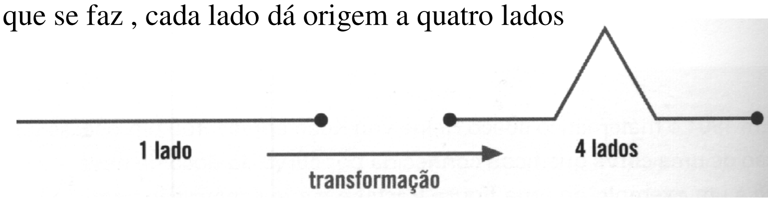
- A figura de partida é um triângulo equilátero .
- A primeira transformação consiste na divisão de cada um dos lados do triângulo em três segmentos iguais , construindo-se sobre cada um dos segmentos centrais um novo triângulo equilátero .
- Na segunda transformação repetir-se-á o processo de construção sobre cada um dos lados da figura obtida anteriormente . E para as figuras seguintes o processo repete-se . Obtém-se assim a seguinte sequências de figuras

A **curva de *Koch*** é o limite para que tende esta sucessão de figuras .

Tendo em conta o seu processo de construção , é fácil de perceber que , á medida que se vão fazendo transformações , o número de lados da figura tende para ……..mas o comprimento de cada um dos lados tende para ……



Como é que varia o número de lados da curva com as transformações ?
Para cada nova transformação que se faz , cada lado dá origem a quatro lados



Assim tem-se

Figura (n)	Número de lados (L_n)
1	3 =
2	3x4 = 12 =
3	
4	
5	
6	

O número de lados de cada fase de construção da curva é dado por uma progressão geométrica de razão … . O seu termo geral é : **L_n = 3 x 4**$^{\text{..........}}$

Esta progressão é um infinitamente grande …………………ou seja .**lim L_n =**

Isto significa que a curva de *Koch* tem um número ……………..de lados .

Como é que varia o comprimento dos lados da figura ?

Assim tem-se

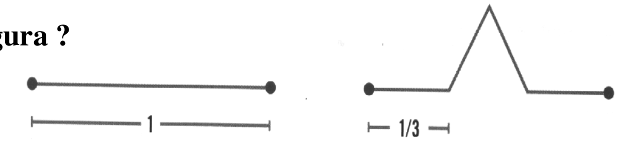


Figura (n)	**Comprimento do lado (C_n)**
1	**1** = $\left(\frac{1}{3}\right)^0$
2	$\mathbf{1x}\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)$ =
3	
4	
5	

O comprimento de cada lado da curva é o limite de uma progressão geométrica de razão….. **.** O seu termo geral é : **C_n =**

Esta progressão é um infinitamente …………………………… ou seja **lim C_n =**

Qual é o perímetro da curva de *koch* ?

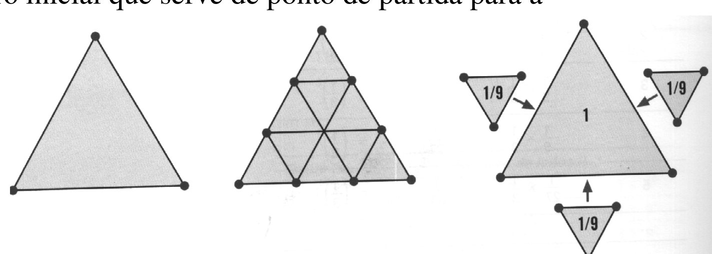
Podemos definir a sucessão dos perímetros (P_n) das figuras à custa das duas anteriores :

$$P_n = L_n \times C_n = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Esta sucessão é uma progressão geométrica em que o primeiro termo é 3 e a razão é ……

Esta progressão é também um infinitamente grande …………….. **lim P_n =**

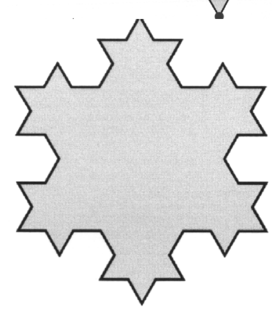
Considere **agora** que a área da triângulo equilátero inicial que serve de ponto de partida para a construção da curva tem 1 unidade de área



Após a primeira transformação a figura obtida tem área igual a 1 + …..

Com a segunda transformação aparecem 12 novos triângulos ,

A área de cada um deles é …...da área do triângulo inicial .



Após a segunda transformação , a área da figura é 1 + ..……+ …....

Após a terceira transformação , a área da figura é 1 + ..……+ …... +…...

A área limitada pela curva vai ser dada no limite pela soma da área do triângulo inicial com a soma de todos os termos de uma progressão geométrica :

Área do triângulo inicial + …... + ..…. + …… + ……….

Prove que a área limitada pela curva de *Koch* é finita e igual a **1 + 0,6**