**PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA A**

**10º A** **2009 | Novembro | 02**

**Duração da prova: 90 minutos** **VERSÃO 1**

## Grupo I

Para cada uma das **cinco questões deste grupo**, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde. **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Suponha que os números reais **a** e **b** são tais que $a < 0$ e $b < 0$.
   Em que quadrante está o ponto de coordenadas $(-2a, b^2 + 1)$?

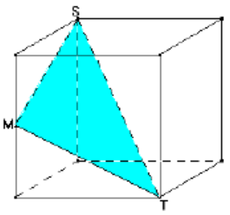
**(A)** 1º quadrante **(B)** 2º quadrante **( C)** 3º quadrante **(D)** 4º quadrante

2. Qual dos conjuntos é constituído por sólidos platónicos de faces triangulares?

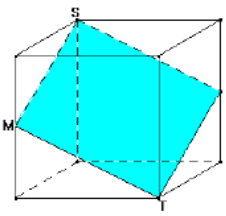
(A) { tetraedro, cubo} (B) { dodecaedro, octaedro}

(C) { tetraedro, dodecaedro} (D) { octaedro, icosaedro}

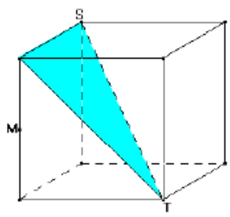
3. Na figura estão representados cubos em que S e T são vértices opostos e M é o ponto médio de uma aresta.
   O desenho correcto da secção do cubo determinada pelo plano STM é:



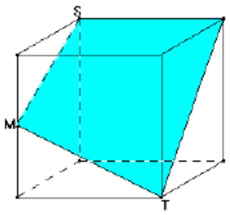

**(A)**




**(B)**




**(C)**




**(D)**

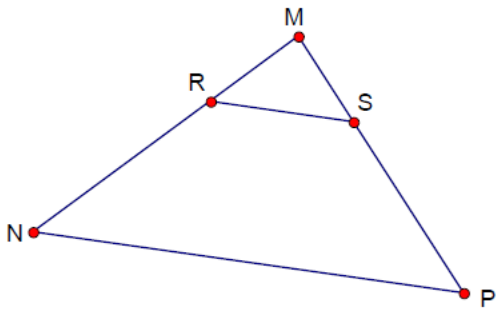
4. [MNP] é um triângulo qualquer. $\overline{MR} = \frac{1}{3}\overline{MN}$ e $\overline{MS} = \frac{1}{3}\overline{MP}$ então:

(A) $\overline{RS} = \frac{1}{6}\overline{NP}$

(B) $\overline{RS} = 3\overline{NP}$

( C) $\overline{RS} = \frac{1}{9}\overline{NP}$

(D) $\overline{RS} = \frac{1}{3}\overline{NP}$



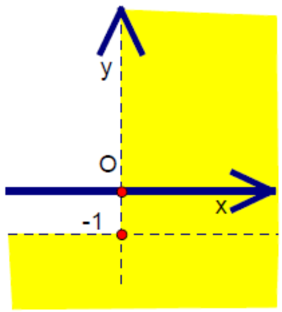
5. A condição que define a área sombreada é

**(A)** $x \geq 0 \vee y \leq -1$.

**(B)** $y > 0 \vee x < -1$.

**(C)** $x > 0 \wedge y < -1$.

**(D)** $x > 0 \vee y < -1$.




**Grupo II**

Nas questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção**: Quando para um resultado, não é pedida aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Observe a figura 1 onde está representado em perspectiva um cubo, com 5 cm de aresta, e a secção nele produzida por um seu plano de simetria definido por duas rectas paralelas que contêm duas aresta opostas do cubo.

1.1. Quantos planos de simetria diferentes podiam estar representados no cubo com a descrição feita acima? Explique como pensou.

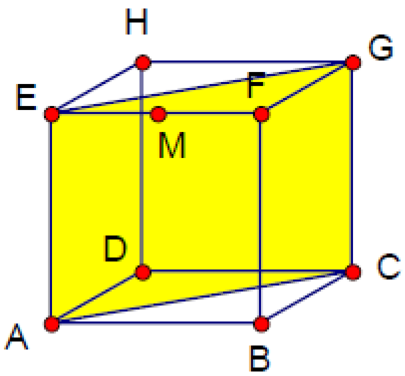



Fig. 1

1.2. O ponto M é o ponto médio da aresta [EF]. Desenhe, em **perspectiva e em verdadeira grandeza**, a secção produzida por um plano paralelo ao plano de simetria da figura 1 e que passa por M.

1.3. Use a planificação da figura 2 para desenhar os lados da secção dada e da que desenhou em 1.2, depois de colocar as letras que simbolizam os outros vértices do cubo e o ponto M.

1.4. Determine a área e o perímetro da secção da figura 1.

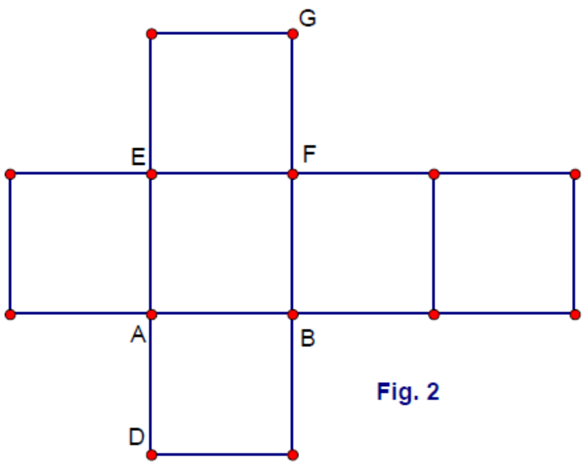
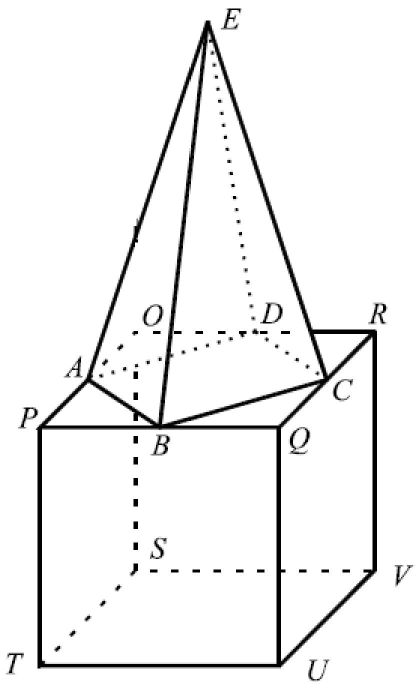



Fig. 2

2. Na figura está representado, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular. As bases da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado [OPQR].




2.1. Associe a cada um dos pares de rectas, designados pelos números de 1 a 6, a posição relativa dessas rectas, indicada na chave

**Pares de rectas**

**1-** BC e RV
**2-** BE e AE
**3-** AD e BC
**4-** QU e RQ
**5-** QU e BE
**6-** AD e AP

**Chave**

**A – Não complanares**
**B – Paralelas**
**C – Perpendiculares**
**D – Concorrentes não perpendicular**

2.2. Associe a cada um dos pares ( recta, plano), designados pelos números de 1 a 6, a posição da recta em relação ao plano, indicada na chave.

**Pares ( recta, plano)**

**1 –** AB e PQR
**2 -** RV e ABC
**3 –** DC e TUV
**4 –** ED e ABC
**5 –** UQ e PTS
**6 –** PQ e PSV

**Chave**

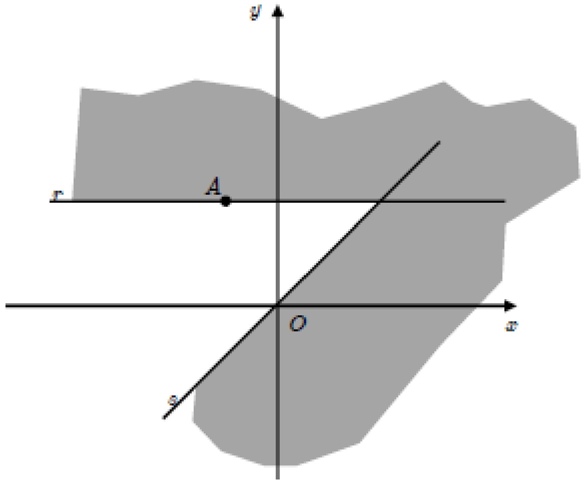
**A – recta contida no plano**
**B – Recta estritamente paralela ao plano**
**C – Recta perpendicular ao plano**
**D – Recta concorrente com o plano, mas não perpendicular.**

2.3. Sabe-se que a aresta do cubo mede 2 cm e o volume do **sólido** é 10 $cm^3$.

2.3.1. Mostre que a altura da pirâmide é 3 cm.

2.3.2. Determine o perímetro do rectângulo [ABCD].

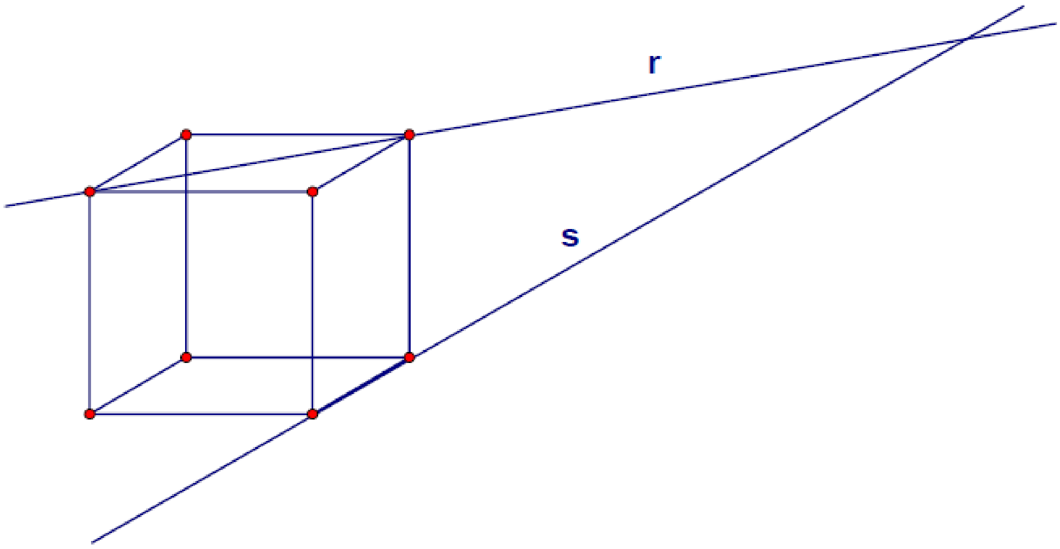
3. Na figura ao lado está representado um referencial o.n. xOy em que se sabe que:
   - ✓ O ponto A tem coordenadas ( -1, 2) e pertence à recta r, paralela ao eixo Ox;
   - ✓ A recta s é a bissectriz dos quadrantes impares.




3.1. Escreva a equação da recta t que passa no ponto A e é perpendicular ao eixo Ox.

3.2. Defina uma condição, em IR, para a zona a sombreada.

4. Comente a seguinte afirmação: " As rectas r e s intersectam-se".




**FIM**

**Bom trabalho**

**A Professora,**

Isabel Menezes Pinto

## Cotações

Grupo I……………………………………………………………………………………..50

Grupo II ……………………………………………………………………………….150

1……………………………………………………………………….45

1.1……………………………………………10

1.2…………………………………………..10

1.3……………………………………………10

1.4……………………………………………15

2……………………………………………………………………………75

2.1……………………………………………20

2.2……………………………………………20

2.3……………………………………………30

2.3.1……………………………..15

2.3.2…………………………….15

3……………………………………………………………………………………..25

3.1…………………………………………..10

3.2……………………………………….   15

4…………………………………………………………………………………10

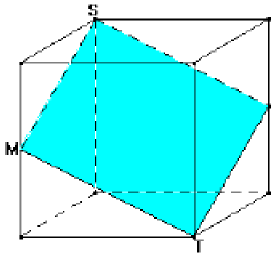
Total………………………………………………………………………………………..200

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO**

**I Parte: 1- A; 2 – D; 3 – B; 4 – D; 5 - D**
**1-A**
porque -2a > 0 e $b^2+1>0$

**2- D;**
**3-**

**(B)** O desenho correcto da secção do cubo determinada pelo plano BFM é:

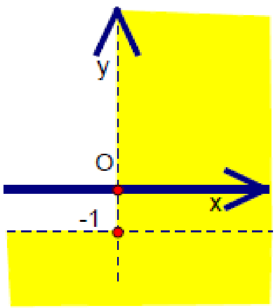



**4-D;**

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{NP}}=\frac{\overline{MR}}{\overline{MN}}\Leftrightarrow \overline{RS}=\overline{NP}\times\frac{\overline{MR}}{3\overline{MR}}\Leftrightarrow \overline{RS}=\frac{1}{3}\overline{NP}$$

**5.**

**(D)** A recta horizontal tem equação y = -1 e a vertical que é o eixo das ordenadas tem equação x = 0 e como o que está sombreado é a reunião dos semi-planos (acima da recta y = -1 e à direita da recta x = 0) a solução só pode ser $x>0 \vee y<-1$, uma vez que as rectas estão a tracejado.




**Grupo II**

1.1

Podiam estar representados no cubo, com a descrição feita no enunciado, 6 planos de simetria diferentes, porque se cada plano é definido por duas arestas opostas e o cubo tem 12 arestas, tem 6 pares de arestas opostas que definem outros tantos planos de simetria, do mesmo tipo.

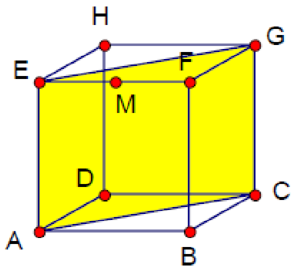


Fig. 1

1.2

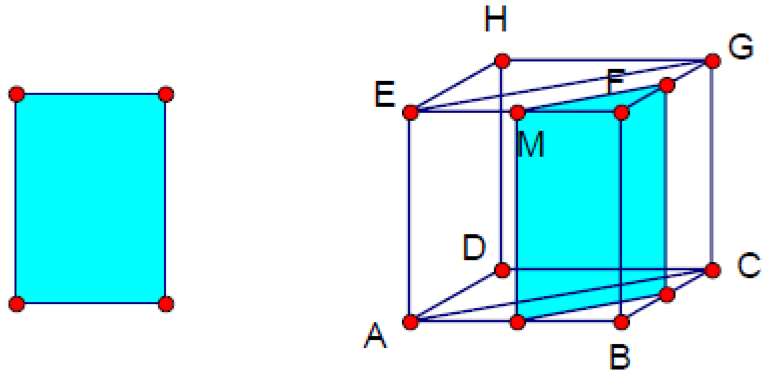


Fig. 1

1.3

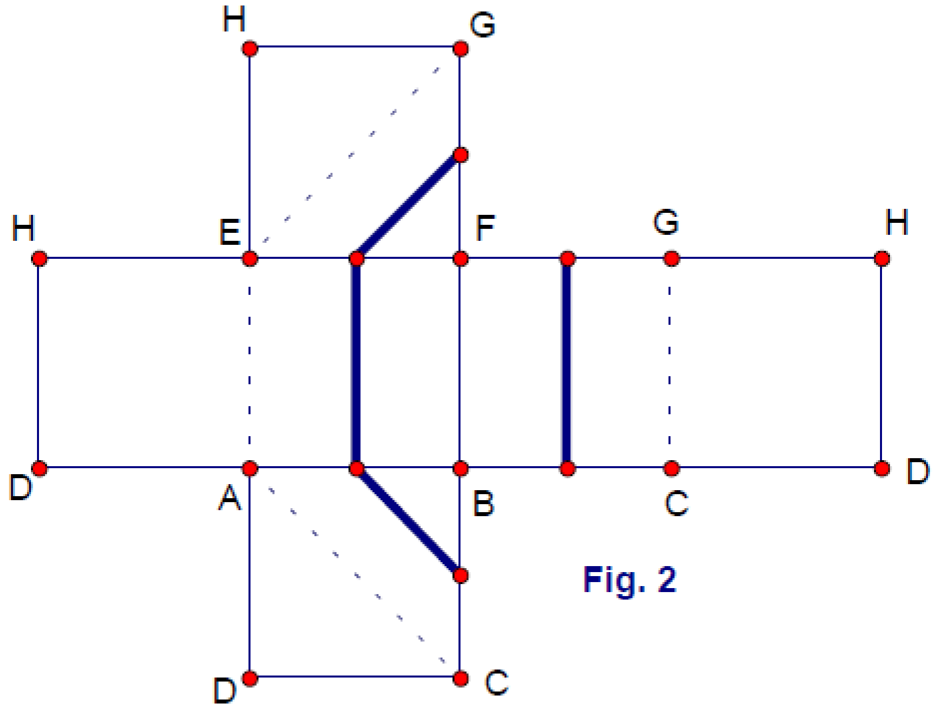


Fig. 2

1.4

A secção da figura 1 é um rectângulo cujo comprimento é a diagonal facial do cubo e a largura é a aresta do cubo. Se a aresta mede 5 a diagonal facial mede $5\sqrt{2}$ e a área é o produto do comprimento pela largura.

$A = 5 \times 5\sqrt{2} \Leftrightarrow A = 25\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

$P = 2\times 5 + 2\times 5\sqrt{2} = 10 + 10\sqrt{2} \quad cm$

2.1

1 – A; 2 – D; 3 – B; 4 – C; 5 – A; 6 – D

2.2

1 – A; 2 – C; 3 – B; 4 – D; 5 – B; 6 – A

2.3.1

$V_{sólido} = 10 \Leftrightarrow V_{cubo} + V_{pirâmide} = 10 \Leftrightarrow$ | cálculos auxiliares:

$2^3 + \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times h = 10 \Leftrightarrow 8 + \frac{1}{3} \times 2 \times h = 10 \Leftrightarrow h = 3$

$\overline{AB}^2 = 1+1 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{2}$

2.3.2

$P = 4 \times \sqrt{2} \quad cm$

3.1 A equação da recta que passa pelo ponto A e é perpendicular ao eixo Ox é definida pela condição x = - 1

3.2 A condição que define a zona sombreada está limitada pelas rectas de equação y=2 e y = x. A zona sombreada pertence ao semi-plano, fechado cuja condição é $y \geq 2$ e ao semi-plano de condição $y \leq x$. Finalmente a região colorida é a reunião das regiões referidas, isto é, $y \geq 2 \vee y \leq x$.

**4.** A afirmação: "As rectas r e s intersectam-se" é falsa. As rectas r e s contêm uma diagonal facial e uma aresta de faces paralelas pelo que não se podem encontrar. As rectas são não complanares e por isso não se encontram. O desenho aparenta a intersecção por estar em perspectiva.